

ENSEÑANZA DE NÚMEROS Y OPERATORIA II

A. Antecedentes Generales

1. Unidad Académica	Facultad de Educación					
2. Carrera	Pedagogía en Educación Básica mención inglés					
3. Código	EBM229					
4. Ubicación en la malla	Segundo semestre, primer año					
5. Créditos	10					
6. Tipo de asignatura	Obligatorio	x	Electivo		Optativo	
7. Duración	Bimestral		Semestral	x	Annual	
8. Módulos semanales	Clases Teóricas		Clases Prácticas	2	Ayudantía	1
9. Horas académicas	Clases	64			Ayudantía	34
10. Pre-requisito	No tiene					

B. Aporte al Perfil de Egreso

El propósito central de este curso es consolidar y demostrar el conocimiento matemático para la enseñanza que permita a los estudiantes escolares resolver problemas relativos a la estructura multiplicativa en los números naturales, considerando y velando por la equidad de oportunidades y bienestar de la diversidad de estudiantes. El diseño de esta asignatura tiene una importante consideración de los aspectos disciplinarios de la multiplicación y división y de la didáctica relacionada con estos contenidos.

El curso es parte del eje curricular de Formación pedagógica disciplinar y de la línea de Matemática. La asignatura se sitúa en el ciclo de Bachillerato de la Carrera.

El curso tributa a las siguientes competencias UDD: ética, eficiencia y visión analítica y las siguientes competencias específicas:

- (1) Compromete a todos los estudiantes con su propio aprendizaje, por medio de experiencias de aprendizaje desafiantes y con propósito, tanto en inglés como en castellano, dando cuenta de un alto dominio disciplinar.
- (5) Demuestra profesionalismo en su quehacer docente, en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.

C. Competencias y Resultados de Aprendizaje Generales que desarrolla la asignatura

Competencias Genéricas	Resultados de Aprendizaje Generales
Ética	<p>1. Consolidar el conocimiento matemático de la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando:</p> <ul style="list-style-type: none"> - conceptos, hechos y estructuras de la multiplicación y división, así como la operatoria combinada, - propiedades fundamentales de la multiplicación y división, - la relación de reversibilidad entre la multiplicación y división, - algoritmos de la multiplicación y división, - estrategias de cálculo mental, - tablas de multiplicación, - Teoría de la Divisibilidad: múltiplos y divisores; mínimo común múltiplo y máximo común divisor; números primos y compuestos; criterios de divisibilidad. <p>2. Emplear diferentes tipos de representaciones matemáticas (concretas, pictóricas y simbólicas) considerando su relación con la comprensión de la estructura multiplicativa, así como con otros conceptos y procedimientos.</p> <p>3. Analizar los diferentes modos de uso y sentidos asociados a la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - significados asociados a la multiplicación y división, - tipos de problemas aritméticos de estructura multiplicativa - estrategias de resolución de problemas, - problemas de una etapa o de más de una etapa. <p>4. Analizar, de manera crítica, la progresión de los contenidos de multiplicación y división en el currículo matemático de la Educación Básica.</p> <p>5. Diseñar objetivos y actividades de aprendizaje específicos que demuestren coherencia, significatividad y relevancia para el aprendizaje matemático.</p>
Eficiencia	
Visión analítica	
Competencias Específicas	
<p>1. Compromete a todos los estudiantes con su propio aprendizaje, por medio de experiencias de aprendizaje desafiantes y con propósito, tanto en inglés como en castellano, dando cuenta de un alto dominio disciplinar.</p> <p>5. Demuestra profesionalismo en su quehacer docente, en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.</p>	

	<p>6. Selecciona, de manera rigurosa, recursos de enseñanza (e.g., textos escolares, recursos Web) proveniente de diferentes fuentes, evaluando críticamente su tratamiento conceptual y didáctico.</p> <p>7. Interpretar las diferentes dificultades o errores en el aprendizaje de la multiplicación y división y proponer diferentes estrategias para abordarlos.</p>
--	--

D. Unidades de Contenidos y Resultados de Aprendizaje

Unidades de Contenidos	Competencia (Nombre)	Resultados de Aprendizaje (por unidades y competencias específicas / genéricas)
<p>UNIDAD 1: El aprendizaje y enseñanza de la multiplicación atendiendo a las propiedades y relaciones</p> <p>Contenidos declarativos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • La multiplicación como suma iterada, producto cartesiano, o comparación de aumento. • Términos de la multiplicación. • Tablas de multiplicar. • Propiedades fundamentales de la multiplicación. • Modelización de las propiedades fundamentales de la multiplicación. <p>Contenidos procedimentales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretación y utilización de la multiplicación en diferentes contextos y con diferentes significados. • Búsqueda y expresión de propiedades de la multiplicación. • Comprobación de las propiedades de la multiplicación, usando diferentes representaciones. • Invención de problemas multiplicativos y decisión de qué operaciones son adecuadas para su resolución. 	<p>Ética Eficiencia Visión analítica</p> <p>1. Compromete a todos los estudiantes con su propio aprendizaje, por medio de experiencias de aprendizaje desafiantes y con propósito, tanto en inglés como en castellano, dando cuenta de un alto dominio disciplinar</p> <p>5. Demuestra profesionalismo en su quehacer docente, en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.</p>	<p>1. Consolidar el conocimiento matemático de la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando:</p> <ul style="list-style-type: none"> - conceptos, hechos y estructuras de la multiplicación y operatoria combinada. - propiedades fundamentales de la multiplicación, - los diferentes algoritmos de la multiplicación, - estrategias de cálculo mental, y - tablas de multiplicación. <p>2. Emplear diferentes tipos de representaciones matemáticas (concretas, pictóricas y simbólicas) para analizar su relación con la comprensión de la estructura multiplicativa, así como con otros conceptos y procedimientos.</p> <p>3. Analizar los diferentes modos de uso y sentidos asociados a la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando, por ejemplo</p> <ul style="list-style-type: none"> - significados asociados a la multiplicación,

<p>Contenidos actitudinales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Curiosidad por indagar y explorar sobre los significados de la multiplicación. • Interés por el descubrimiento y formulación de propiedades de las operaciones. • Desarrollo de la predisposición a justificar los algoritmos y propiedades de la multiplicación con el nivel de rigor adecuado. 		<ul style="list-style-type: none"> - tipos de problemas aritméticos de estructura multiplicativa - estrategias de resolución de problemas, - problemas de una etapa o de más de una etapa. <p>6. Seleccionar, de manera rigurosa, recursos de enseñanza (e.g., textos escolares, recursos Web) proveniente de diferentes fuentes, evaluando críticamente su tratamiento conceptual y didáctico.</p> <p>7. Interpretar las diferentes dificultades o errores en el aprendizaje de la multiplicación y división, y proponer diferentes estrategias para abordarlos.</p>
<p>UNIDAD 2: La división más allá del reparto equitativo, dividendo, divisor y resto.</p> <p>Contenidos declarativos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • La división como reparto, medida o partición. • El modelo de factor desconocido. • La división como operación inversa de la multiplicación. • Términos de la división. • Propiedades fundamentales de la división. • Modelización de las propiedades fundamentales de la división. • La división entera o inexacta. <p>Contenidos procedimentales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretación y utilización de la división en diferentes contextos y con diferentes significados. • Búsqueda y expresión de propiedades de la división. • Comprobación de las propiedades de la división, usando diferentes representaciones. • Invención de problemas de división y decisión de qué operaciones son adecuadas para 	<p>Ética Eficiencia Visión analítica</p> <p>1. Compromete a todos los estudiantes con su propio aprendizaje, por medio de experiencias de aprendizaje desafiantes y con propósito, tanto en inglés como en castellano, dando cuenta de un alto dominio disciplinar</p> <p>5. Demuestra profesionalismo en su quehacer docente, en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.</p>	<p>1. Consolidar el conocimiento matemático de la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando:</p> <ul style="list-style-type: none"> - conceptos, hechos y estructuras de la multiplicación y operatoria combinada, - propiedades fundamentales de la multiplicación, - los diferentes algoritmos de la multiplicación, - estrategias de cálculo mental, y - tablas de multiplicación. <p>2. Emplear diferentes tipos de representaciones matemáticas (concretas, pictóricas y simbólicas) para analizar su relación con la comprensión de la estructura multiplicativa, así como con otros conceptos y procedimientos.</p> <p>3. Analizar los diferentes modos de uso y sentidos asociados a la estructura multiplicativa de los números naturales, considerando, por ejemplo</p>

<p>su resolución.</p> <p>Contenidos actitudinales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Curiosidad por indagar y explorar sobre los significados de la división. • Interés por el descubrimiento y formulación de propiedades de las operaciones. • Desarrollo de la predisposición a justificar los algoritmos y propiedades de la división con el nivel de rigor adecuado. • Actitud crítica ante la posibilidad de admitir “a priori” que una relación formulada sea verdadera. • Sensibilidad e interés por los mensajes de la naturaleza numérica, apreciando la utilidad de las operaciones en la vida cotidiana 		<ul style="list-style-type: none"> - significados asociados a la multiplicación, - tipos de problemas aritméticos de estructura multiplicativa - estrategias de resolución de problemas, - problemas de una etapa o de más de una etapa. <p>4. Analizar, de manera crítica, la progresión de los contenidos de multiplicación y división en el currículo matemático de la Educación Básica.</p> <p>5. Diseñar objetivos y actividades de aprendizaje específicos que demuestren coherencia, significatividad y relevancia para el aprendizaje matemático.</p> <p>6. Seleccionar, de manera rigurosa, recursos de enseñanza (e.g., textos escolares, recursos Web) proveniente de diferentes fuentes, evaluando críticamente su tratamiento conceptual y didáctico.</p> <p>7. Interpretar las diferentes dificultades o errores en el aprendizaje de la multiplicación y división, y proponer diferentes estrategias para abordarlos.</p>
--	--	--

E. Estrategias de Enseñanza

La metodología de enseñanza tiene un fuerte énfasis en la práctica, por lo que el desarrollo de trabajos prácticos (individuales o grupales) y una participación activa se transforman en elementos esenciales. En concreto, el curso de estructura en base a diversas metodologías, que incluyen:

- 1) Trabajos de grupo y debates entre los mismos alumnos.
- 2) Guías de trabajo desarrolladas en clases y en visitas a terreno.
- 3) Modelización de determinados contenidos matemáticos mediante el uso de materiales manipulativos.
- 4) Actividades de análisis y crítica de casos (reales y supuestos) durante la mayor parte de las clases.
- 5) Análisis y contrastación de fuentes de información disciplinar y didáctica.

- 6) Clases expositivas apoyadas con tecnologías como Power Point, Prezi, Geogebra, entre otros.

F. Estrategias de Evaluación

- Certámenes
- Controles de lectura
- Estudios de caso
- Análisis crítico de conceptos y elementos didácticos en diferentes recursos de enseñanza (e.g., textos escolares).
- Diseño de mini-actividades de multiplicación y división.
- Examen Final

G. Recursos de Aprendizaje

Bibliografía obligatoria:

- Barmby, P., Bolden, D. y Thompson, L. (2014). *Understanding and enriching problem solving in primary mathematics*. Northwich, Reino Unido: Critical Publishing.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1987). *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid, España: Síntesis.
- Haylock, D. (2010). *Mathematics explained for primary teachers*. Londres, Reino Unido: Sage.
- Hulbert, E., Petit, M., Ebby, C., Cunningham, E. y Laird, R. (2017). A focus on multiplication and division. Bringing research to the classroom. Nueva York, NY: Routledge.
- Lannin, J., Chval, K., Jones, D. y Dougherty, B. (2013). *Putting essential understanding of multiplication and division into practice in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.
- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D. y Zanocco, P. (2013). *Números. Recursos para la formación inicial de profesores de matemática*. Santiago, Chile: SM.
- Ma, L. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU.* Santiago, Chile: Academia chilena de las Ciencias.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid, España: Síntesis.
- Musser, G. L., Peterson, B. E. y Burger, W. F. (2014). *Mathematics for elementary teachers. A contemporary approach*. Boston, MA: Wiley.
- Otto, A., Caldwell, J., Hancock, S., Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of multiplication and division for teaching mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.
- Posamentier, A. S. Y Krulik, S. (2009). *Problem solving in Mathematics. Grades 3-6. Powerful strategies to deepen understanding*. California, CA: Corwin.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid, España: Síntesis.
- Sellars, M. (2018). *Numeracy in authentic contexts. Making meaning across the curriculum*. Singapur: Springer.
- Van de Walle, J., Karp, K. S. y Bay-Williams, J. (2010). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally*. Boston, MA: Pearson.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and procedures* (pp. 127-174). Nueva York, NY: Academic Press.

Bibliografía complementaria:

- Anthony, G. y Walshaw, M. (2009). *Effective pedagogy in mathematics*. Génova, Suiza: UNESCO.
- Askew, M. (2016). *Transforming primary mathematics. Understanding classroom tasks, tool and talk*. Nueva York, NY: Routledge.
- Bartolini, M. y Sun, X. (Eds). *Building the foundation: Whole numbers in the primary grades*. Cham, Suiza: Springer.
- Blanco, L. Cárdenas J. y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria*. Cáceres, España: Universidad de Extremadura.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets. Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Clark, F. y Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in children in grades 1-5. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1), 41-51
- Drake, J. y Barlow, A. (2008). Assessing students' levels of understanding multiplication through problem writing. *Teaching Children Mathematics*, 14(5), 272-277.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (Segunda edición). Nueva York, NY: Pearson.
- McCormick, K. y Essex N. (2017). Capturing children's multiplication and division stories. *Teaching Children Mathematics*, 24(1), 40-47.
- Meavilla, V. y Oller, A. (2014). Gaspar de Texeda y los algoritmos de la multiplicación. *Suma*, 75, 61-73.
- Mevarech, Z. Y Kramarski, B. (2014). Matemáticas críticas para las sociedades innovadoras. El papel de las pedagogías metacognitivas. París, Francia: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).
- Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.
- Piñeiro, J. L., Pinto, E., Díaz-Levicoy, D. (2015) ¿Qué es la resolución de problemas? *REDIPE*, 4(2), 6-14.
- SanGiovanni, J. (2016, julio). Session 1: The meaning of multiplication and division. Presentación en la conferencia anual del National Council of Teachers of Mathematics. Denver, CO: NCTM. Obtenido de https://www.nctm.org/uploadedFiles/Conferences_and_Professional_Development/Institutes/Pre-K-Grade_5_Number_and_Operations/2016%20Gr%203-5%20Sangiovanni%20Multiplication-Division%20Slides.pdf
- Smith, M. y Stein, M. (2011). *5 prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas*. Reston, VA: NCTM.
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Nueva York, NY: Springer.
- Verschaffel, L., Greer, B., de Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-629). Reston, VA: NCTM.

Recursos Informáticos:

Recursos de enseñanza y aprendizaje del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM):
<https://www.nctm.org/sem/>
<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/More-Online-Resources-from-NCTM/>
<https://www.nctm.org/pows/>
<https://www.nctm.org/crcc/>
<https://www.nctm.org/ARCs/>
<https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Focus-in-High-School-Mathematics/Reasoning-and-Sense-Making-Task-Library/>

Buscador de recursos digitales del currículo chileno:
<http://www.curriculumnacional.cl/614/w3-propertyvalue-145404.html>

Otros Recursos:

Bloques multibase.

Cubos encajables

Recta numérica móvil

Caja MacKinder